



2019-1학기 전공튜터링 (2)주차 주요내용 키워드 요약

주제(범위) : 라플라스변환

작성자 : 김수진

t^n 의 LT(라플라스변환)

$t^n e^{at}$ 의 라플라스변환

$$LT(1) = \frac{1}{s}$$

$$LT(e^{at}) = \frac{1}{s-a}$$

$$LT(t) = \frac{1}{s^2}$$

$$LT(te^{at}) = \frac{1}{(s-a)^2}$$

\vdots

\vdots

$$LT(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$LT(t^n e^{at}) = \frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$$

($n=0, 1, 2, 3, \dots$)

$$LT(e^{-at}) = \frac{1}{s+a}$$

삼각함수의 라플라스변환

$$\cos \omega t = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

$$\sin \omega t = \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i} \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$e^{at} \cos \omega t \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$$

$$e^{at} \sin \omega t \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$$

$f^{(n)}(t)$ 의 라플라스변환

$$LT(f') = sF(s) - f_0$$

$$LT(f'') = s^2 F(s) - sf_0 - f'_0$$

* f_0 는 $f(0)$ 의 값을 의미한다.

부분분해

$$\frac{G(s)}{(s-a)^2(s-b)} = \frac{A_2}{(s-a)^2} + \frac{A_1}{s-a} + \frac{B}{s-b}$$

$$\frac{G(s)}{(s^2+a)(s-b)} = \frac{As+B}{s^2+a} + \frac{C}{s-b}$$



연립미분방정식의 라플라스 변환 예.

$$\begin{aligned} \text{주어진식 : } x' + y &= 0 & x_0 &= 1 \\ y' - x &= 0 & y_0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{풀이 : } L[x'] &= SX(s) - x_0 \\ L[y'] &= SY(s) - y_0 \end{aligned}$$

$$SX(s) - x_0 + Y(s) = 0 \rightarrow SX(s) + Y(s) = 1 \Rightarrow X(s) = \frac{1 - Y(s)}{S}$$

$$SY(s) - y_0 - X(s) = 0 \rightarrow SY(s) - X(s) = 0 \Rightarrow Y(s) = \frac{X(s)}{S}$$

$$X(s) + \frac{X(s)}{S^2} = \frac{1}{S} \rightarrow X(s) \left(\frac{S^2 + 1}{S^2} \right) = \frac{1}{S}$$

$$X(s) = \frac{S}{S^2 + 1} \Rightarrow \cos t$$

$$Y(s) = \frac{X(s)}{S} = \frac{1}{S^2 + 1} \Rightarrow \sin t$$